

## IMPLEMENTAÇÃO DE SEQUÊNCIAS DE ASSINATURA PARA O CANAL 2-RAC COM BASE EM AUTO-SEQUÊNCIAS DA TRANSFORMADA DISCRETA DE HARTLEY

Nara Gisele Pereira Pantaleão<sup>1</sup> ; Hélio Magalhães de Oliveira<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Estudante do Curso de engenharia elétrica-eletrônica - CTG – UFPE; E-mail: naragisele@gmail.com,

<sup>2</sup>Docente/pesquisador do Depto de eletrônica e sistemas – CTG –UFPE; E-mail: hmo@ufpe.br.

### Sumário:

Um novo sistema de comunicação para o canal real aditivo de dois usuários 2-RAC é proposto com base no projeto de *sequências de assinatura* de usuários, as quais são escolhidas como autosequências (*eigensequences*) do operador transformada discreta de Hartley (DHT), associadas aos seus dois possíveis autovalores. A multiplicidade dos autovalores da DHT em função do comprimento da transformada é investigada. O sistema foi implementado e validado por simulação computacional.

**Palavras-chave:** auto-sequências, comunicação, canal real aditivo, multiusuário, transformada discreta de Hartley

### INTRODUÇÃO

Um modelo de canal de comunicações bem estabelecido é o canal binário aditivo de dois usuários, 2-BAC [1]. Considera-se aqui um canal similar, no qual a adição é realizada sobre os números reais (2-RAC). O projeto do sistema explora a Transformada Discreta de Hartley (DHT) [2]. Este trabalho investiga sinais de formato invariante sob a DHT, conduzindo a uma classe de autosequências do operador discreto de Hartley. Tais sequências invariantes são usadas como sequências de assinatura de usuário para o 2-RAC.

### MATERIAIS E MÉTODOS

A DHT de uma sequência  $x[n]$  é outra sequência  $X[k]$  real de comprimento  $N$  com elementos expressos por:

$$X[k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N} k.n\right), k = 0, \dots, N-1$$

em que  $\text{cas}(x) := \cos(x) + \text{sen}(x)$  é o núcleo cassoidal de Hartley [2].

O Canal 2-RAC: O canal real aditivo de dois usuários usa um par de autovetores das DHTs para transmissão de informação. Sejam  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$  sequências invariantes nos espaços vetoriais  $V_N^+$  e  $V_N^-$  associados aos usuários 1 e 2. Chega-se a este objetivo a partir dos seguintes pares de transformada DHT:

$$\begin{cases} x_1[n] \leftrightarrow X_1[k] \\ x_2[n] \leftrightarrow X_2[k] \\ y[n] \leftrightarrow Y[k] \end{cases} \quad \begin{cases} y[n] := a_1 x_1[n] + a_2 x_2[n] \\ Y[k] = a_1 X_1[k] + a_2 X_2[k] \end{cases}$$

Tal que  $x_1[n] \in V_N^+$  e  $x_2[n] \in V_N^-$

Cada sequência de assinatura pertence a um subespaço distinto, para permitir a separação.

A energia de um canal é limitada por um valor denotado por  $E_{MAX}$ . Isto implica a existência de limites para  $a_1$  e  $a_2$ , ou seja,  $a_1, a_2 \in [-M, +M]; M < \infty$  Então:

$$a_1 \text{ e } a_2 \leq \pm \sqrt{\frac{E_{MAX}}{\sum_{n=1}^N (|x_1[n]| + |x_2[n]|)^2}}$$

e desta forma a energia do canal é limitada.

### RESULTADOS

A DHT: A estrutura dos autovalores de DHTs de comprimento  $N$  foi avaliada, mostrando que apenas dois autovalores distintos são possíveis, expressos por  $\pm\sqrt{N}$ . Desde que existem  $N$  autovalores para o operador Hartley de comprimentos  $N$ , há multiplicidade para qualquer DHT de comprimento maior que 2. A tabela a seguir sumariza as multiplicidades determinadas em função do comprimento  $N$  da DHT.

**Tabela I. Multiplicidades de autovalores para uma DHT de comprimento  $N$ .**

$N$	Autovalores	Multiplicidade
$4m$	$\sqrt{4m}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m}$	$2m-1$
$4m+1$	$\sqrt{4m+1}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m+1}$	$2m$
$4m+2$	$\sqrt{4m+2}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m+2}$	$2m+1$
$4m+3$	$\sqrt{4m+3}$	$2m+2$
	$-\sqrt{4m+3}$	$2m+1$

A fim de ilustrar a operação das autosequências no sistema de comunicações, apresenta-se um exemplo de caráter meramente ilustrativo.

Para DHT de comprimento 4 ( $4m$ ): A Transformada de Hartley para esse número mostra que ele possui apenas dois autovalores (Tabela I): 2 e -2. Os respectivos autovetores para esses autovalores são:  $V_N^+ : \{1,0,0,1\}; \{1,0,1,0\}; \{1,1,0,0\}$  e  $V_N^- : \{-1,1,1,1\}$

Escolhendo agora  $E_{MAX} = 12V$  e  $x_1[n] = [1,0,0,1]$  e  $x_2[n] = [-1,1,1,1]$  e aplicando-se na fórmula para os coeficientes lineares, tem-se:

$$a_1, a_2 \leq \pm \sqrt{\frac{E_{MAX}}{\sum_{n=1}^N (|x_1[n]| + |x_2[n]|)^2}} = \pm \sqrt{\frac{12}{(1+1)^2 + (1+0)^2 + (1+0)^2 + (1+1)^2}} = \pm 1,0954$$

Um diagrama de blocos para o sistema com dois usuários é ilustrado na figura a seguir.

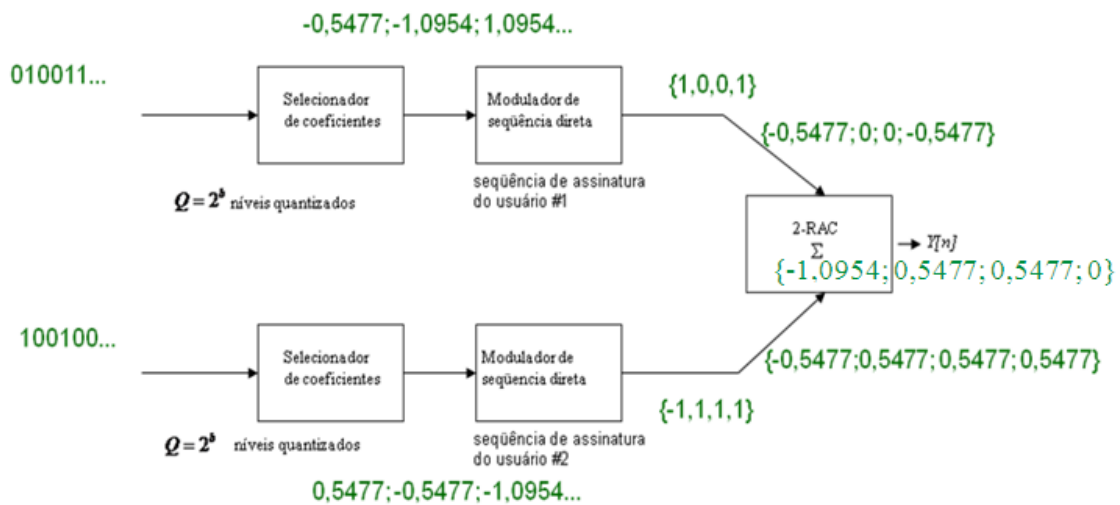


Figura 1. Sistema de Comunicação sob a 2-RAC para dois usuários.

As seqüências binárias dos usuários são convertidas D/A (conversão analógico-digital) em coeficientes que são modulados com a seqüência de assinatura de cada usuário (autoseqüência associada a autovalor distinto). Os sinais são então somados no 2-RAC. Para um conversor de  $Q=4$  níveis de quantização, tem-se  $b=2$  (conversor de 2 bits) e os coeficientes são quantizados nos seguintes níveis:  $\{-1,0954; -0,5477; 0,5477; 1,0954\}$ , representados, respectivamente, por:  $\{00, 01, 10, 11\}$ , na seqüências de transmissão. Supondo que a informação dadas pelos usuários 1 e 2 foi, respectivamente  $010011\dots$  e  $100100\dots$ , a seqüência do canal transmitida sobre o 2-RAC no exemplo citado é  $[-1,0954; 0,5477; 0,5477; 0 \mid -0,5477; -0,5477; -0,5477; -1,6431 \mid 2,1918; -1,0954, -1,0954; 0 \mid \dots]$ . O processo de demultiplexação (recuperação da informação transmitida por cada dos usuários) é realizado com base na DHT e encontra-se descrito com detalhes em [3].

## DISCUSSÃO

A sempre crescente demanda por transmissão de informação e o correspondente aumento explosivo no número de usuários em sistemas interligados tem requerido sistemas flexíveis com taxas adaptáveis aos usuários, em particular, para sistemas multiusuários. Eingenseqüências de operadores relacionados com transformadas discretas podem ser usadas em diversas aplicações, desde que a complexidade computacional para o cálculo do espectro cresce somente linearmente com seu comprimento. O trabalho tratou da implementação computacional de um sistema protótipo para acesso em um canal 2-RAC cujo projeto explora autoseqüências da DHT. Embora o sistema simulado envolva apenas a transmissão com dois usuários, a disponibilidade de um grande número de autoseqüências (especialmente para comprimentos elevados das transformadas) pode possibilitar a construção de sistemas de grande porte. O procedimento consiste em adaptar a idéia de "token" utilizada em redes de fibras ópticas [4], de forma que apenas os dois usuários que possuem as duas "fichas" transmitam a cada instante. Tratou-se de um primeiro passo nesta direção, mas as expectativas de obter um sistema multiusuário com grande número de são otimistas. A análise de desempenho do sistema em presença de ruído também deve ser examinada criteriosamente.

## CONCLUSÕES

Este trabalho tratou da implementação computacional de um novo sistema de comunicação com base em seqüências invariantes da Transformada Discreta de Hartley - seus autovalores e autovetores - para comunicação entre dois usuários em um canal real aditivo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e PIBIC pelo apoio financeiro. Os autores agradecem também ao Dr. R. Campello de Souza, pela discussões e contribuições na concepção do sistema.

## REFERÊNCIAS

- [1] V.C. da Rocha Jr, J.L. Massey, A new Approach to the design of codes for the binary adder channel, In: M. Ganley, Ed., *IMA Conf. Series Cryptography and Coding III*, pp. 179-185, Oxford, 1993, Claredon Press.
- [2] R.N. Bracewell. The Discrete Hartley Transform, *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 73, pp. 1832-1835, 1983.
- [3] R.M.C. Souza, H.M. de Oliveira, "Eigensequences for Multiuser Communication over the Real Adder Channel", *VI Int. Telecomm. Symp. (ITS2006)*, September 3-6, Fortaleza, Brazil.
- [4] M. Schwartz, *Telecommunication Networks: Protocols, Modeling, and Analysis*, reading, Mass: Addison Wesley, 1987.