

# Projeto de Seqüências de Assinatura para o canal 2-RAC com base em Autoseqüências da Transformada Discreta de Hartley

N.G.P. Pantaleão, H.M. de Oliveira

Universidade Federal de Pernambuco - Depto. de Engenharia Elétrica e Eletrônica,  
50.740-530, Recife, PE

E-mail: [naragisele@gmail.com](mailto:naragisele@gmail.com) [hmo@ufpe.br](mailto:hmo@ufpe.br)

## RESUMO

Um modelo de canal de comunicações bem estabelecido é o canal binário aditivo de dois usuários, 2-BAC [1]. Neste trabalho, considera-se um canal similar, no qual a adição é realizada sobre os números reais (2-RAC). Esta variante foi explorada em [2], usando a Transformada Discreta de Fourier (DFT). Outra transformada relacionada com a DFT, atrativa em aplicações, é a Transformada Discreta de Hartley (DHT) [3]. A DHT de uma seqüência  $x[n]$  é outra seqüência  $X[k]$  real de comprimento  $N$  com elementos dados

$$\text{por: } X[k] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N} k.n\right), k=0, \dots, N-1,$$

em que  $\text{cas}(x) := \cos(x) + \text{sen}(x)$  é o núcleo cassoidal de Hartley [3]. Este trabalho investiga sinais de formato invariante sob a DHT, conduzindo a uma classe de auto-seqüências do operador discreto de Hartley [4]. Tais seqüências invariantes são usadas como seqüências de assinatura para o 2-RAC. Sejam  $x_1[n] \leftrightarrow X_1[k]$  e  $x_2[n] \leftrightarrow X_2[k]$  as auto-seqüências pertencentes aos subespaços  $V_N^+$  e  $V_N^-$ , associados aos autovalores positivos e negativos da DHT. Elas são alocadas aos usuários 1 e 2, respectivamente. A estrutura dos autovalores de DHTs de comprimento  $N$  foi avaliada, mostrando que apenas dois autovalores distintos são possíveis, expressos por  $\pm\sqrt{N}$ . Desde que existem  $N$  autovalores para o operador Hartley de comprimento  $N$ , há multiplicidade para qualquer DHT de comprimento maior que 2. A tabela a seguir sumariza as multiplicidades dos autovalores em função do comprimento  $N$  da DHT.

$N$	autovalores	multiplicidade
$4m$	$\sqrt{4m}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m}$	$2m-1$
$4m+1$	$\sqrt{4m+1}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m+1}$	$2m$
$4m+2$	$\sqrt{4m+2}$	$2m+1$
	$-\sqrt{4m+2}$	$2m+1$
$4m+3$	$\sqrt{4m+3}$	$2m+2$
	$-\sqrt{4m+3}$	$2m+1$

A partir da seqüência soma  $x_1[n] + x_2[n]$  é possível recuperar as seqüências individuais dos usuários. De  $y[n] \leftrightarrow Y[k]$ , tem-se  $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$   $Y[k] = X_1[k] + X_2[k]$ . Mostra-se que as seqüências dos usuários são recuperadas via

$$x_1[n] = \frac{y[n] + Y[n]}{2}, \quad x_2[n] = \frac{y[n] - Y[n]}{2}.$$

## Referências

- [1] R.A. Ahlswede, V.B. Balakirsky, "Construction of Uniquely decodable Codes for the Two-User Binary Adder Channel", *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. 45, pp. 326-330, Jan. 1999.
- [2] R.M.C. Souza, H.M. de Oliveira, "Eigensequences for Multiuser Communication over the Real Adder Channel", *VI Int. Telecomm. Symp. (ITS2006)*, September 3-6, Fortaleza, Brazil.
- [3] R.V.L. Hartley, A More Symmetrical Fourier Analysis Applied to Transmission Problems, *Proc. IRE*, 30(1942), pp. 144-150.
- [4] S-C. Pei, J-J. Ding, "Eigenfunctions of Linear Canonical Transform", *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 50, Jan., pp.11-26, 2002.