

UNE BRÈVE CAUSERIE À PROPOS DE LA MATHÉMATIQUE...

Par H.M. de Oliveira, Université Fédérale de Pernambuco. 2010

Associado efetivo da Aliance Française à Recife-Brésil.

Gauss, al-Khwarizmi, Euclide, Pascal, Euler, Descartes, Cauchy, Fourier, Laplace, Newton et Leibniz on les connaît bien ou du moins sont des matheux dont on a déjà entendu parlé. Mais, et les maths un peu plus récent ? Qu'at-on fait ? Est-il la France bien placé à propos de nouveau développements de la mathématique ? Voici une fenêtre ouverte sur deux sujets qui veulent à peine en savoir plus : «Les matheux contemporains lauréats» et «L'Histoire d'un mathématicien qui n'a jamais existé». Bien entendu, je dois tout d'abord préciser que je ne suis pas un mathématicien, et donc je vous demande de n'est pas me prendre en tant qu'expert. Quoi qu'il en soit, j'espère juste que vous pouvez apprécier ou développer l'intérêt pour un sujet intéressant... Après tout, un peu de connaissance ou de la soupe au poulet n'a jamais tué personne !

Médaille Fields

Décerné pour exceptionnelles en mathématiques

La médaille officiellement connue sous le nom international de **Médaille Fields** – souvent décrite comme le «prix Nobel des mathématiques» pour le prestige qu'elle exerce – est souvent considérée comme la plus haute distinction qu'un mathématicien peut recevoir. Fondée à l'initiative du mathématicien Canadian John Charles Fields, son but est de donner une reconnaissance et un soutien aux jeunes chercheurs mathématiciens qu'ont apporté des découvertes remarquables en mathématiques. Le prix est décerné à deux, trois, ou quatre mathématiciens (les récipiendaires doivent avoir moins de 40 ans) à l'occasion de chaque Congrès de l'Union internationale de mathématique (IMU), un meeting qui se tient lieu tous les quatre ans. Parmi les universités et instituts de recherches de maths, le plus renommé dans le monde est peut être l'*Institut de Hauts Etudes Scientifiques* (IHES, Paris).

La médaille a été conçu par le sculpteur canadien Tait McKenzie. Voici les détails :

•Sur l'avvers on trouve Archimède et une citation attribuée à lui qui se lit en latin:

«*suum pectus passavant potiri mundoque*»

Traduction: S'élever au-dessus de soi et saisir le monde.

• Sur le revers l'inscription qui se lit en latin:

«*Congregati ex Toto Orbe Mathematici ob Scripta Insignia Tribuere*»

Traduction: mathématiciens du monde entier se sont réunis pour honorer un travail remarquable.

Classement par pays jusqu' à 2010

France et Belgique	13
États-Unis	13
l'Union Soviétique	9 (*)
Royaume-Uni	6
Japon	3

Répertoire de mathématiciens francophones titulaires de cette prestigieuse médaille

1950	Laurent Schwartz (Nancy)
1954	Jean-Pierre Serre (CNRS)
1958	René Thom (IHES)
1966	Alexandre Grothndieck (IHES)
1978	Pierre René Deligne (Belgique IHES)
1982	Alain Connes (IHES)
1994	Jean Bourgain (Belgique)
	Pierre-Louis Leens (Paris-Dauphine)
	Jean-Christophe Yoccoz (Paris-Sud)
1998	Maxin Kontsevich (<i>Russie</i> , IHES)
2002	Laurent Lafforge (IHES)
2006	Wendelin Werner (Paris-Sud)
2010	Ngô Bảo Châu (Paris-Sud, IHES)
	Cedric Villani (Lyon).

Statistiquement, le berceau des mathématiciens contemporains les plus influents comprend notamment les États-Unis, la France et l'Union Soviétique. (*) Un autre cas qui mérite une mention implique Grigory Perelman le mathématicien a décidé que le théorème connue comme «la conjecture de Poincaré». Il a été indiqué à la médaille Fields, et à un prix de l'Institut Clay de mathématiques, États-Unis (pas moins de U\$ 1,000,000), mais il a refusé les deux !

L'histoire d'un mathématicien qui n'a jamais existé...

Au milieu des années 1930, un groupe de jeunes mathématiciens français, des anciens élèves de *l'École Normale Supérieure*, devant l'insuffisance des ouvrages alors proposés, décide d'une entreprise colossale: remettre à plat les mathématiques, réécrire tout ce qui est utile. L'ambition de ces jeunes mathématiciens était de reconstruire tout l'édifice mathématique selon la pensée formaliste de David Hilbert (dans la triade formalisme, logicisme, intuitionnisme). **Nicolas Bourbaki** est le nom fictif, sous lequel ce groupe de mathématiciens francophones, formé sous l'impulsion d'André Weil, a commencé à écrire et éditer des textes mathématiques à la fin des années 1930. L'objectif premier était la rédaction d'un traité d'analyse. Le groupe Bourbaki naît dans un café parisien par une dizaine de mathématiciens, et il a joué un rôle déterminant dans les mathématiques. Sous ce pseudonyme, il produira *Éléments de mathématique* (un nom qui n'est pas sans rappeler Euclide) qui influencera non seulement les maths, mais l'enseignement de celles-ci (ce qu'on appellera plus tard de mathématique moderne). Partisan de l'unité des mathématiques – le traité de Bourbaki s'appelle «Eléments de mathématique», où le singulier de « mathématique» se veut affirmation de son unité. On lui doit d'avoir contribué à mettre au cœur des mathématiques la notion de structure. Un immense ouvrage d'une quarantaine de volumes fut édité. Ils furent divisés en 10 Livres (plus de 7000 pages !), eux-mêmes divisés en nombreux fascicules. Ils ont été réédités chez Masson et chez Springer-Verlag:

- Livre I: Théorie des ensembles
- Livre II: Algèbre
- Livre III: Topologie générale
- Livre IV: Fonctions d'une variable réelle
- Livre V: Espaces vectoriels topologiques
- Livre VI: Intégration
- Livre VII: Algèbre commutative
- Livre VIII: Variétés différentielles et analytiques
- Livre IX: Groupes et algèbres de Lie

Livre X: Théories spectrales

Le groupe s'est constitué en société anonyme, l'**Association des amis de Nicolas Bourbaki**, le 30 août 1952. Sa composition a évolué avec un renouvellement constant de générations. Chaque été, ce groupe se réunit pour mettre au point un traité, les *Eléments de Mathématique*, véritable bible qui a imposé une profonde réorganisation et clarification des mathématiques. Une limite d'âge est fixée aux membres du groupe, et de nouveaux membres plus jeunes remplacent les anciens. Or, si ce fonctionnement rend M. Bourbaki immortel, l'évolution considérable des maths au cours du vingtième siècle rend le projet quelque utopique.

Membres fondateurs-l'École Bourbaki

- André Weil
- Henri Cartan
- Claude Chevalley
- Jean Coulomb
- Jean Delsarte
- Jean Dieudonné
- Charles Ehresmann
- René de Possel
- Szolem Mandelbrojt

La naissance d'un mathématicien virtuelle

Deux jeunes conférenciers à l'Université de Strasbourg discutent des questions d'enseignement. Ils sont Henri Cartan, qui a 29 ans et a enseigné à Strasbourg depuis 1931, et André Weil (âgé 27) qui a été nommé en 1933. L'année est 1934 et pendant des semaines, Cartan demanda à Weil comment il allait enseigner les différents aspects du calcul différentiel et intégral. Weil, comme Cartan, est mécontent du texte recommandé, Le Traité d'Analyse (auteur : Édouard Goursat, celui même du théorème de Cauchy-Goursat), et a laissé entendre à lui de meilleures façons d'introduire des concepts dans le calcul. Henri Cartan et André Weil vont régulièrement à Paris. En général, ils s'y rendent chaque deuxième lundi d'assister au séminaire de mathématiques à l'*Institut Henri-Poincaré*. Ce n'est pas seulement se donner la chance de rendre visite aux librairies et bibliothèques, mais aussi pour rencontrer d'autres anciens élèves de l'*École Normale Supérieure*. Ils se réunissent régulièrement pour le déjeuner avec leurs amis au Café Capoulade, boulevard Saint-Michel à proximité du Jardin du Luxembourg. Là bas, Weil parle avec du enthousiasme de son idée pour un nouveaux texte sur l'analyse, tout en demandant l'avis à ses copains et s'ils avaient envie d'y contribuer. Ils conviennent de se réunir à midi le lundi 10 Décembre 1934 à fin de discuter officiellement les idées de Weil.

Les mathématiciens Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean

Dieudonné, René de Possel et André Weil qui se réunissent au Café Capoulade sont fort conscients des questions de base des mathématiques. Les jeunes mathématiciens français des années 1930 ont été enseignés par des professeurs qui arrivaient à la fin de leur carrière : Il y avait une génération manquante de professeurs en France. Weil, enflammé, a fait sa proposition ambitieuse : «... *définir le programme de certificat en calcul différentiel et intégral par écrit, collectivement, un traité sur l'analyse. Bien sûr, ce traité sera aussi moderne que possible, avec de l'utilisation de traitement élégant, notations et terminologie rigoureux et bien conforme*». Les autres membres de la réunion du groupe sont aussi enthousiastes que l'auteur. Ils parlent alors d'écrire un livre de 1000 pages qui sera publié dans les six mois (Il paraît décisif à cette étape que leur travaux soient vite rendu disponibles). Ils décident de se donner rendez-vous régulièrement au Café Capoulade. Ils entament une conversation animée sur les sujets à couvrir et l'ordre dans lequel ils doivent y apparaître. C'est du moins leur fait prendre conscience de l'ampleur de la tâche et ils découvrent aussitôt qu'il ne sera pas sans peine de parvenir à un consensus, mais il n'y a pas d'autre issue que la majorité – tous doivent accepter toutes les décisions. Après avoir choisi pour eux-mêmes le titre de «Comité pour le Traité d'analyse», ils ont prévue la date de la prochaine réunion. Lors de cette deuxième réunion, le Comité a décidé de limiter l'adhésion à neuf mathématiciens, les six que on a énuméré ci-dessus et Paul Dubreil, Jean Leray et Szolem Mandelbrojt. Dubreil et Leray, cependant, n'ont pas participé pour longtemps. Charles Ehresmann a été invité à se joindre à la place de Leray, tandis que Jean Coulomb, qui était un collègue de physique de Mandelbrojt et de Possel à Clermont-Ferrand, a été invité à se joindre à la place de Dubreil.

Le nom de *Bourbaki* était un nom emprunté par Raoul Husson en 1923 lors d'un canular (André Weil était un étudiant à l'École Normale Supérieure). Un exposé a été annoncé que tous les étudiants de première année ont été encouragés à y assister. Le conférencier était Husson, un étudiant de cycle supérieur (vétérane), qui s'est déguisé en un mathématicien l'air distingué. Il avait pris l'apparence d'un mathématicien barbu, du nom M. le professeur Holmgren, pour donner la fausse conférence, volontairement incompréhensible et avec des raisonnements subtilement faux. Husson a prononcé l'exposé dans un fort accent étranger, ce qui a fait doré la pilule. Il a présenté une série de théorèmes, tous faux, chacun attribué à un mathématicien imaginaire différent. Les noms des théorèmes ont été prises à partir de différents généraux français, et le théorème finale le plus ridicule, il avait nommé «le théorème de Bourbaki», prenant le nom du général Bourbaki. L'humour de cette sorte amusa tellement tous les membres du groupe de la conception du Traité d'analyse que le nom « Bourbaki » fut choisi. Bourbaki devient alors le nom de plume de ceux jeunes mathématiciens qui se mettent à publier un ouvrage encyclopédique couvrant la plupart des mathématiques modernes.

A cette circonstance là, la tâche de bâtir une liste de sujets pour le Traité d'analyse a été partagée entre divers sous-comités. Une décision qui allait devenir une caractéristique de leur philosophie, c'est qu'il devrait y avoir la participation de non-spécialistes sur chaque sous-comité (une très bonne – heureuse idée !), dont la plupart avaient trois membres. Un grand nombre de sous-comités ont été formés, étant donné la taille du groupe, et ces derniers devaient couvrir les sujets suivants: algèbre, fonctions analytiques, théorie de l'intégration, équations différentielles, théorèmes d'existence pour les équations différentielles, équations aux dérivées partielles, les écarts et les formes différentielles, calcul des variations, des fonctions spéciales, la géométrie, la série de Fourier, et des représentations de fonctions. Bientôt un sous-comité topologie a été ajouté. Les maths modernes partage avec Bourbaki le désir de remplacer les calculs pour des idées. La mathématique : « *On distribue les noms de théorèmes comme les noms de rues* » aurait déclaré Weil !

À l'été 1935, le groupe avait déjà décidé qu'il écrirait sous le nom de Nicolas Bourbaki. Certes, le nom vient de Charles Soter Bourbaki (1816-1897), un général français qui avait combattu dans la guerre franco-prussienne de 1870. Il semblerait que Nicolas a été une référence classique pour un héros de la Grèce antique dont le général Bourbaki était descendu.

Autre leçon de l'humour de ses membres, qui se rapporte au pseudonyme qu'ils avaient choisi, est leur réaction à une note écrit par RP Boas, le rédacteur en chef de *Mathematical Reviews*. Boas a expliqué à ses lecteurs que Nicolas Bourbaki est le pseudonyme d'un groupe de jeunes mathématiciens français. Peu de temps après, l'éditeur a reçu une lettre très ferme de M. Nicolas Bourbaki en s'opposant violemment que quelq'un ait osé de douter de son existence.

Le premier colloque Bourbaki a eu lieu à Besse-en-Chandesse en Juillet 1935. Il a été le premier de ce qui deviendra des réunions régulières, habituellement trois fois par année. La description de ces congrès par les membres fondateurs de Bourbaki sont fascinants. Dieudonné a écrit que l'impression de toute personne y participant pour la première fois serait :

Ils ne pouvaient pas imaginer à quel point ces gens, en criant – parfois trois ou quatre en même temps – ne pourrait jamais arriver à quelque chose d'intelligent. Il est peut-être un mystère, mais tout s'apaisissait à la fin.

André Weil a écrit à propos du caractère anarchique (ah Pierre Proudhon!) du congrès :

[Nous avons maintenu] dans nos discussions, un caractère désorganisé. Lors d'une réunion du groupe, il n'y a jamais eu un président. Toute personne qui veut parle et tout le monde a le droit de l'interrompre ... Le caractère anarchique de ces discussions a été maintenue tout au long de l'existence du groupe ... Une bonne organisation aurait sans doute la nécessité que tout le monde se voir attribuer un sujet ou un chapitre, mais l'idée de le faire ainsi n'a jamais eu lieu pour nous ...

Il y avait, quand même, certaines des décisions claires prises par le groupe Bourbaki sur la façon de présenter les mathématiques qui définissent le modèle dont toute l'œuvre se développe. D'abord, ils décidèrent de fonder leur présentation de mathématiques sur la méthode axiomatique (une adhérence sans compromis). Henri Cartan explique les conséquences de celle-ci :

La décision d'utiliser la méthode axiomatique apporte avec elle le besoin d'un nouveaux arrangement de «diverses branches des maths». Il s'est avéré impossible de conserver la division classique en analyse, le calcul différentiel, la géométrie, l'algèbre, la théorie des nombres, etc. Sa place a été prise par la notion de structure, ce qu'a permis l'usage de la notion d'isomorphisme et avec elle, une nouvelle classification des disciplines dans les mathématiques.

En outre, il a été décidé que Bourbaki ne pourrait jamais généraliser à partir de cas particuliers, mais serait toujours en déduire des cas particuliers à partir des cas plus généraux. La conséquence de cette approche a été une forte logique de commande sur la façon dont le bâtiment mathématique a été conçu. Pour beaucoup, cela fut un atout majeur de l'approche fort logique, mais pour d'autres, elle constitue une faiblesse majeure dans le cadre des nombres réels (qui ont une valeur fondamentale !).

Déjà en 1935, Bourbaki avait pris la décision de produire une série de livres qui ont été ordonnées dans le sens là que personne ne pourrait être fait référence à l'exception des livres plus tôt dans la progression linéaire. En outre, aucune des références pourraient être apportées au matériel à l'extérieur. Le groupe Bourbaki voulait construire des mathématiques à partir de zéro dans leur travail (faire de la *tabula rasa* – oui, M. Descartes !). La seule exception à cela se trouve dans les notes historiques dont ils ont inclus. Bien que les livres devaient être ordonnées de façon linéaire, ils n'ont pas été publiés dans l'ordre. Toutefois, si les références devaient être seulement à des textes qui sont sortis plus tôt dans la séquence, il serait nécessaire de connaître ce que les premiers bouquins contiennent pour permettre d'aller sur les livres suivants. Il a fallu beaucoup plus longtemps que les membres de Bourbaki avaient envisagé en 1935 pour que la matière première soit publiée, ce qui n'a pas eu lieu jusqu'en 1939. Un titre était requis. Armand Borel explique le titre subtil qui a été choisi pour l'ensemble du travail : *Il est à noter qu'ils ont choisi «Mathématique» plutôt que le plus habituel "Mathématiques". L'absence du "s" était bien sûr tout à fait intentionnelle, une façon pour Bourbaki pour signaler sa croyance en l'unité des mathématiques.*

La première publication est un bouquin contenant la notation de la théorie des ensembles. Eilenberg a examiné ce fascicule et a écrit :

Bourbaki est un nom de plume d'un groupe de jeunes mathématiciens français qui se mettent à publier un ouvrage encyclopédique couvrant la plupart des mathématiques modernes. Ce numéro est consacré à la théorie des ensembles. Le but est de donner au lecteur intéressé par l'un des autres volumes de l'ensemble, le soutien théorique nécessaire, sans se soucier d'une approche axiomatique rigoureuse et les preuves; en fait le matériel est disposé de manière que la plupart des épreuves peuvent être effectuées facilement ... La dernière section décrit une méthode de traitement de structures, telles que l'ordre, la topologie, les groupes, les anneaux, etc., sur une base générale et ayant des concepts comme isomorphisme définis d'une façon tout à fait générale.

Après la fin de la Seconde Guerre mondiale, il a pris un laps de temps pour la France faire les travaux de Bourbaki à aller de l'avant à nouveau ; toutefois, une fois que nouveaux membres ont été recrutés, il est allé de l'avant avec une vigueur renouvelée. Cet auteur polycéphale, cachera des noms aussi prestigieux que René Thom, Laurent Schwarz, Jean-Pierre Serre, Serge Lang, Alexandre Grothendieck, Alain Connes, Jean-Christophe Yoccoz. C'est-à-dire, beaucoup de lauréats de la Médaille Fields. Si vous êtes d'une autre époque (comme moi), certainement vous vous rappelez des changements alors de l'introduction de la Mathématique modernes au lycée : la théorie des ensembles ? Qu'est-ce que c'est ce bazar ? Cependant, soutenu par les idéaux originaires et entraînée par l'aspiration de Weil, l'école Bourbaki atteint sa destinée. Le rayonnement de Bourbaki ne tint pas qu'à ses ouvrages, mais aussi à la qualité exceptionnelle de ses membres. Les noms des membres actuels (?) de Bourbaki sont tenus plus au moins en secret... On peut clore cet article par des citations de Weil : «*Si la logique est l'hygiène des mathématiques, ce n'est pas sa source de nourriture*» ; «*Dans l'avenir, comme dans le passé, de grandes idées devraient simplifier les idées...* ».

REFERENCES

http://www.fields.utoronto.ca/aboutus/jcfields/fields_medal.html

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>

http://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bourbaki

[1] Nicolas Bourbaki, 1969, *Éléments d'histoire des mathématiques*, Paris, Hermann, 323 p. (réédition 1997, Paris, Masson, ISBN 2-2258-0320-x).

[2] Jean Dieudonné, 1977, *Panorama des mathématiques pures : le choix bourbachique*, Paris,

Gauthiers-Villars, 306 p. (réédition 2003, Paris, Éditions Jacques Gabay 306 p.)
<http://www.gabay.com/PDF/Tarif2009.pdf>(grand prix du rayonnement de la langue française).

J' ai eu moi même le très grand plaisir de faire connaissance à M. Gabay... Et lui dire: bravo!

[3] Jean Dieudonné, 1978, *Abrégé d'histoire des mathématiques : 1700–1900*, Paris, Hermann, 2 vol. (réédition 1996, Paris, Hermann, 517 p., ISBN 2-7056-6024-0) Fantastique!

[4] Marcel Berger, 2006, *Cinq Siècles de Mathématiques en France*,

Ministère des Affaires étrangères, Direction de la Coopération culturelle et du Français

<http://www2.ee.ufpe.br/codec/matematicosfranceses.pdf>

[5] Mireille Martin-Deschamps and Patrick Le Tallec, 2002, *L'explosion de Mathématiques* (SMAI), ISBN 2-85629-120-1 http://www2.ee.ufpe.br/codec/smf-smai_explo-maths_en.pdf

[6] Maurice Mashaal, 2000, Bourbaki, une société secrète de mathématiciens, *Pour la science*,

« Les génies de la science », n^o 2, février–mai, Paris, 98 p., ISBN 1298-6079.

[7] Carl Riehm, 2002 « The Early History of the Fields Medal », *Notices of the American Mathematical Society*, vol. 49, n^o 7, août 2002, Providence, p. 778–780.

note:

À plusieurs demandes et surprises répétées: "Qui est cet homme, qui je n'a jamais entendu parler?"

j'ai été amené à introduire la remarque suivante: Pour ceux qui ignorent son énorme importance, juste mentionner

«*le livre de l'addition et la soustraction des calculs en conformité avec des hindous*», responsable à travers des traductions en latin au XIIe Siècle, pour l'introduction des chiffres arabes en Occident.

Cela sans prendre en compte «*le livre de la restauration et la réconciliation*» lequel nous a légué le mot «algèbre» ...

Article de vulgarisation soutenue à :

La Pensée, Jornal da Aliança Francesa do Recife, Décembre, 2010.

H.M. de Oliveira, ancien élève de l'École Nationale Supérieure, ENST Paris.