

Processamento Digital para Computação da Função de Ambiguidade Cruzada Banda Larga

G. Jerônimo da Silva Jr., H. M. de Oliveira e R. M. Campello de Souza

Resumo— Este artigo apresenta duas novas técnicas de processamento digital para computar valores da função ambiguidade banda larga, que é usada em sistemas de radar e sonar para estimar a posição e velocidade de alvos. Um projeto de sonar na faixa de áudio é apresentado e simulações são realizadas para avaliar o desempenho das técnicas.

Palavras-Chave— função ambiguidade, radar, sonar, processamento digital de sinais, filtro casado.

Abstract— Two new digital processing techniques are introduced for computing the broadband ambiguity function, which can be used in radar and sonar systems to estimate a peak of speed and range of targets. A sonar project in the audio range and simulation was carried out to assess the performance of these techniques.

Keywords— ambiguity function, radar, sonar, digital signal processing, matched filter.

I. INTRODUÇÃO

Um sistema de radar, abreviação de detecção e posicionamento via rádio (em inglês *radio detection and ranging*) encontra diversas aplicações comerciais e militares [1], [2]. O mesmo ocorre com um sistema de sonar, acrônimo para navegação e posicionamento via som (em inglês *sound navigation and ranging*), que encontra múltiplas aplicações submarinas [3], [4], ou no ar, quando as distâncias de interesse são relativamente curtas. Esses sistemas consistem em enviar uma sinal, $x_c(t)$, que se propaga e reflete em algum objeto (alvo) situado a uma distância d , movendo-se com uma velocidade v , como ilustra a Figura 1. O sinal refletido, $y_c(t)$, é captado e utilizado para estimar a posição e a velocidade do alvo, d e v .

Uma das maneiras de medir d e v consiste em computar a função ambiguidade cruzada banda larga [5]-[7], definida por

$$A_{yx}(t, \beta) \triangleq \sqrt{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) x^*(\beta(\tau - t)) d\tau, \quad (1)$$

para $t, \beta \in \mathbb{R}$ e $\beta > 0$. Considerando sistemas embarcados digitais, o cálculo de $A_{yx}(t, \beta)$ pode ser feito por meio de uma aproximação da expressão integral (1), utilizando um banco de filtros casados [7]. Entretanto, não encontramos na literatura uma referência que apresente como computar a função $A_{yx}(t, \beta)$ explorando técnicas de processamento digital de sinais [8]. Este artigo apresenta duas técnicas, utilizando

G. Jerônimo da Silva Jr. e R. M. Campello de Souza, Grupo de Processamento de Sinais, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, Brasil, E-mails: gilson.silvajr@ufpe.br, ricardo@ufpe.br.

H. M. de Oliveira, Departamento de Estatística, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, Brasil, E-mail: hmo@de.ufpe.br.

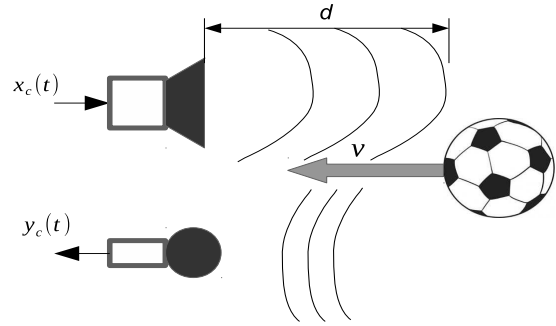


Fig. 1. Diagrama de um sistema sonar (ou radar).

processamento digital de sinais, que permitem calcular a função $A_{yx}(t, \beta)$ de forma exata, considerando restrições de banda. Essas técnicas podem ser utilizadas no projeto de sonares e radares utilizando um processador digital de sinais (PDS). A próxima seção apresenta resultados básicos da teoria de processamento digital de sinais considerando sistemas radar ou sonar. A Seção III introduz dois teoremas e apresenta duas novas metodologias para a computação de valores de $A_{yx}(t, \beta)$. A Seção IV apresenta uma metodologia de projeto que pode ser utilizada na implementação de sonar ou radar com processamento digital e mostra um exemplo de projeto para um sonar na banda de sinais de áudio e resultados de simulações desse projeto. Finalmente, a Seção V apresenta as conclusões do artigo.

II. PRELIMINARES

Considerando um sinal de tempo contínuo $x(t)$, $t \in \mathbb{R}$, define-se sua transformada de Fourier (TF)

$$X(j\Omega) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt,$$

com $\Omega \in \mathbb{R}$. Quando $x(t)$ satisfaz as condições de Dirichlet [9], mostra-se que

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega.$$

Considerando a variável t dada em segundos (s), a variável Ω é a frequência, expressa em radianos por segundo (rad/s). Por outro lado, para um sinal em tempo discreto $x[n]$, $n \in \mathbb{Z}$, define-se sua transformada de Fourier de tempo discreto (TFTD)

$$X(e^{j\omega}) \triangleq \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n},$$

para $\omega \in \mathbb{R}$. A transformada $X(e^{j\omega})$ tem período 2π e, quando converge [9], tem-se

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega.$$

Considerando a variável n dada em amostras, a variável ω é a frequência em radianos por amostras. O teorema da amostragem¹ [8] garante que um sinal de tempo discreto $x[n]$, obtido através de um conversor contínuo para discreto (CCD) que amostra $x_c(t)$ com um período de amostragem $T_s = 1/f_s$, isto é, $x[n] = x_c(nT_s)$, possui transformada de Fourier de tempo discreto dada por

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s} X_c(j\omega/T_s),$$

para $|\omega| < \pi$, quando $X_c(j\Omega) = 0$ para $|\Omega| \geq \pi/T_s$. Nesse caso, $X(e^{j\omega})$ guarda a TF do sinal contínuo entre $|\omega| < \pi$, e $x_c(t)$ pode ser reconstruído através de um conversor discreto para contínuo (CDC).

A Figura 2 ilustra um diagrama simplificado de um sistema sonar utilizando processamento digital de sinais. O sinal transmitido $x_c(t)$ é refletido em algum objeto e retorna na forma $y_c(t)$.

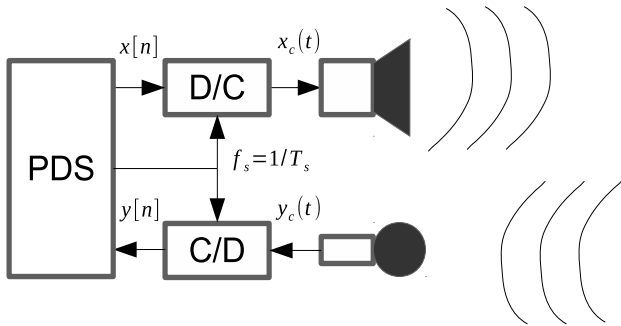


Fig. 2. Diagrama de um sistema sonar utilizando um processador digital de sinais.

Considerando a resposta ao impulso do meio, $g(t)$, pode-se dizer que

$$y_c(t) = g(t) * x_c(\beta_v(t - t_d)) + \eta(t), \quad (2)$$

em que $*$ denota a convolução linear [9], β_v depende da velocidade do objeto, devido ao efeito Doppler [7], t_d é o tempo de reflexão, que depende da distância do alvo, e $\eta(t)$ é um ruído branco aditivo. Considerando a velocidade constante do objeto, v , em direção ao sistema e a velocidade de propagação da onda, c , então [7]

$$v = c \left(\frac{\beta_v - 1}{\beta_v + 1} \right). \quad (3)$$

Já a posição do objeto, d , pode ser encontrada por meio da expressão

$$d = \frac{ct_d}{2}. \quad (4)$$

¹Também conhecido como teorema de amostragem de Shannon-Nyquist-Kotelnikov.

Deseja-se portanto descobrir β_v e t_d a partir de $y[n]$, que é uma amostragem de $y_c(t)$.

Uma maneira bem conhecida de detectar t_d , quando $v = 0$, é por meio da correlação cruzada contínua, definida por

$$\phi_{yx}(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau + t)x(\tau) d\tau = y(t) * x(-t), \quad (5)$$

e que, quando $x(t) = x_c(t)$ e $y(t) = y_c(t)$ dado por (2) com $\beta_v = 1$, resulta em

$$\begin{aligned} \phi_{yx}(t) &= g(t) * x_c(t - t_d) * x_c(-t) + \eta(t) * x_c(-t) \\ &= g(t) * \phi_{xx}(t - t_d) + \eta(t) * x_c(-t), \end{aligned}$$

em que $\phi_{xx}(t)$ é a autocorrelação de $x_c(t)$, um sinal par com máximo em $t = 0$ pela desigualdade de Schwartz [9], dado pela energia de $x_c(t)$. A parcela $\eta(t) * x_c(-t)$ é um processo estocástico com média zero dado por $\eta_x(t)$. Considerando que o meio não distorce o sinal em sua banda, o sinal apresenta apenas uma atenuação, γ , e então

$$\phi_{yx}(t) = \gamma \phi_{xx}(t - t_d) + \eta_x(t), \quad (6)$$

o que significa que o máximo valor de $\phi_{yx}(t)$ ocorre em $t = t_d$, desconsiderando $\eta_x(t)$. É possível medir o valor de β_v utilizando a função ambiguidade banda larga [7], nesse artigo denominada simplesmente de função ambiguidade, definida em (1), e que pode ser expressa como

$$A_{yx}(t, \beta) = \sqrt{\beta} y(t) * x^*(-\beta t). \quad (7)$$

Por simples observação, $A_{yx}(t, 1) = \phi_{yx}(t)$, para $x(t) \in \mathbb{R}$. Se $x(t) = x_c(t)$, $\beta = \beta_v$ e $y(t)$ é dado por (2), então

$$A_{yx}(t, \beta_v) = \sqrt{\beta_v} \gamma \phi_{xx}(\beta_v(t - t_d)) + \frac{1}{\beta_v} \eta_x(t), \quad (8)$$

que possui máximo valor em $t = t_d$, novamente desconsiderando o processo $\eta_x(t)$. Define-se a auto ambiguidade de $x(t)$ como a função bidimensional

$$A_{xx}(t, \beta) \triangleq \sqrt{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) x^*(\beta(\tau - t)) d\tau, \quad (9)$$

função com pico em $t = 0$ e $\beta = 1$, dado pela energia de $x(t)$ [5], [6]. Considerando o sinal $x(t) = x_c(t)$ e o sinal $y_c(t)$ dado por (2), após algumas manipulações algébricas, chega-se a

$$A_{yx}(t, \beta) = \frac{1}{\sqrt{\beta_v}} g(t) * A_{xx} \left(\beta_v(t - t_d), \frac{\beta}{\beta_v} \right) + \frac{1}{\beta} \eta_x(t),$$

e, considerando a distorção do meio expressa apenas como a atenuação γ ,

$$A_{yx}(t, \beta) = \frac{\gamma}{\sqrt{\beta_v}} A_{xx} \left(\beta_v(t - t_d), \frac{\beta}{\beta_v} \right) + \frac{1}{\beta} \eta_x(t), \quad (10)$$

que, desprezando o termo $\frac{1}{\beta} \eta_x(t)$, tem máximo valor quando $t = t_d$ e $\beta = \beta_v$. Com isso, se um sistema embarcado computa $A_{yx}(t, \beta)$, o máximo valor dessa função é utilizado para calcular d e v por (3) e (4), respectivamente.

III. PROCESSAMENTO DIGITAL PARA SONAR/RADAR

O sinal refletido recebido $y_c(t)$ é amostrado para gerar o sinal $y[n]$. Deseja-se produzir um processamento em tempo discreto para estimar $A_{yx}(t, \beta)$ a partir de $y[n]$. A partir da correlação cruzada discreta, definida por

$$\varphi_{yx}[n] \triangleq \sum_{m=-\infty}^{\infty} y[m+n]x[m] = y[n] * x[-n], \quad (11)$$

em que $*$ é a convolução linear em tempo discreto, é possível estimar $A_{yx}(t, \beta)$ e $\phi_{yx}(t)$ utilizando o teorema a seguir.

Teorema 1: Sejam $x_c(t)$ e $y_c(t)$ sinais com TF $X_c(j\Omega)$ e $Y_c(j\Omega)$, respectivamente, com $X_c(j\Omega) = 0$ para $|\Omega| \geq \pi/T_s$, $Y_c(j\Omega) = 0$ para $|\Omega| \geq \pi/T_y$, $x[n] = x_c(nT_s)$ e $y[n] = y_c(nT_y)$; então

$$A_{yx}(nT_y, T_s/T_y) = \sqrt{T_s T_y} \varphi_{yx}[n]. \quad (12)$$

Demonstração: Aplicando a TFTD em (11) e utilizando a propriedade da convolução [8], tem-se

$$\Phi_{yx}(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})X^*(e^{j\omega}), \quad (13)$$

e, utilizando o teorema da amostragem,

$$\Phi_{yx}(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s T_y} Y_c\left(j\frac{\omega}{T_y}\right) X_c^*\left(j\frac{\omega}{T_y(T_s/T_y)}\right), \quad (14)$$

para $|\omega| < \pi$. Seja $\Delta_{yx}(j\Omega, \beta)$ a TF de $A_{yx}(t, \beta)$ com β constante; aplicando a propriedade da convolução e do escalonamento em (7) [9], tem-se

$$\Delta_{yx}(j\Omega, \beta) = \beta^{-\frac{1}{2}} Y_c(j\Omega) X_c^*(j\Omega/\beta). \quad (15)$$

Como $\Delta_{yx}(j\Omega, \beta) = 0$ para $|\Omega| \geq \pi/T_y$, se $r[n] = A_{yx}(nT_y, \beta)$ sua TFTD é dada por

$$R(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_y \sqrt{\beta}} Y_c\left(j\frac{\omega}{T_y}\right) X_c^*\left(j\frac{\omega}{T_y \beta}\right),$$

para $|\omega| < \pi$, pelo teorema da amostragem. Fazendo $\beta = T_s/T_y$ e comparando com (14), tem-se

$$\Phi_{yx}(e^{j\omega}) = \frac{1}{\sqrt{T_s T_y}} R(e^{j\omega}),$$

que, aplicando a TFTD inversa, demonstra o teorema. ■

Como consequência direta do Teorema 1, é possível estimar $\phi_{yx}(t)$ escolhendo $T_y = T_s$ em (12) e

$$\phi_{yx}(nT_s) = T_s \varphi_{yx}[n]. \quad (16)$$

Isso significa que todo o processamento se resume em computar (11) com diferentes taxas de amostragens para $y_c(t)$. Considerando que $x[n]$ possui N pontos, escolhidos no projeto do sistema, isto é, $x[n] = 0$ quando $n < 0$ e $n \geq N$, e que $y_i[n] = y_c(nT_i)$, então

$$\varphi_{y_i x}[n] = \sum_{m=0}^{N-1} y_i[n+m]x[m],$$

que depende de valores futuros de $y_i[n]$. Para tornar a computação causal, calcula-se $w_{y_i x}[n] \triangleq \varphi_{y_i x}[n - (N - 1)]$, e assim

$$\begin{aligned} w_{y_i x}[n] &= \sum_{m=0}^{N-1} y_i[n - N + 1 + m]x[m] \\ &= y_i[n - (N - 1)]x[0] + \dots + y_i[n]x[N - 1] \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} x[N - 1 - m]y_i[n - m], \end{aligned}$$

e, definindo $h_x[n] \triangleq x[N - 1 - n]$ como o filtro casado com $x[n]$, os pesos $w_{y_i x}[n] = h_x[n] * y_i[n]$ são computados por um filtro FIR. Com isso $\varphi_{y_i x}[n] = w_{y_i x}[n + (N - 1)]$. Uma proposta de processamento digital para a estimação de $A_{yx}(t, \beta)$ é mostrada na Figura 3. Note que são necessários diversos CCD para uma melhor estimação da velocidade. Entretanto, quando se deseja apenas identificar a posição, apenas um CCD se faz necessário.

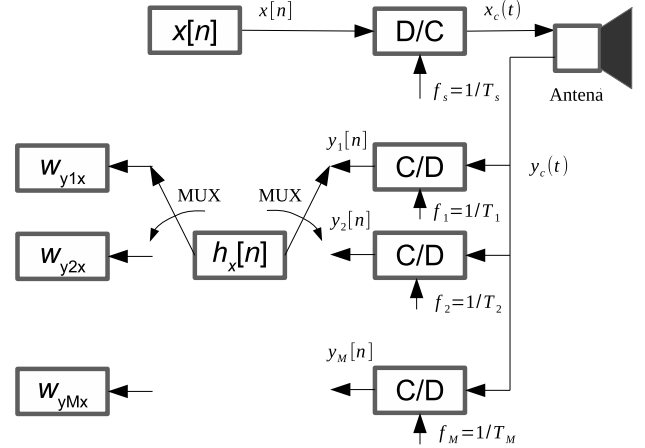


Fig. 3. Diagrama de um sistema de radar utilizando um processador digital de sinais com múltiplos CCD para estimação da velocidade. Apenas um filtro digital casado $h_x[n]$ é necessário. Após cada CCD deve ter um *buffer* para armazenar as amostras.

Em algumas situações, pode-se escolher $x[n]$ através da amostragem de um sinal $x_c(t)$ com uma forma analítica definida. Nesse caso, pode-se utilizar o teorema a seguir para estimar $A_{yx}(t, \beta)$.

Teorema 2: Sejam $x_c(t)$ e $y_c(t)$ sinais com TF $X_c(j\Omega)$ e $Y_c(j\Omega)$ respectivamente, com $X_c(j\Omega/\beta) = Y_c(j\Omega) = 0$ para $|\Omega| \geq \pi/T_s$, $\beta > 0$, $x[n] = x_c(nT_s/\beta)$ e $y[n] = y_c(nT_s)$, então

$$A_{yx}(nT_s, \beta) = T_s \sqrt{\beta} \varphi_{yx}[n]. \quad (17)$$

Demonstração: Partindo de (13) e utilizando o teorema da amostragem,

$$\Phi_{yx}(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s^2 \beta} Y_c\left(j\frac{\omega}{T_s}\right) X_c^*\left(j\frac{\omega}{T_s \beta}\right), \quad (18)$$

para $|\omega| < \pi$. Seja $\Delta_{yx}(j\Omega, \beta)$ a TF de $A_{yx}(t, \beta)$ com β constante dado por (15), como $\Delta_{yx}(j\Omega, \beta) = 0$ para $|\Omega| \geq \pi/T_s$, se $r[n] = A_{yx}(nT_s, \beta)$ sua TFTD é dada por

$$R(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s \sqrt{\beta}} Y_c\left(j\frac{\omega}{T_s}\right) X_c^*\left(j\frac{\omega}{T_s \beta}\right),$$

para $|\omega| < \pi$. Comparando com (18), tem-se

$$\Phi_{yx}(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s \sqrt{\beta}} R(e^{j\omega}),$$

e, aplicando a TFTD inversa, segue o resultado. ■

O Teorema 2 é útil pois, definindo $x_\beta[n] \triangleq x_c(nT_s\beta)$ com comprimento N_β e o filtro casado $h_\beta[n] \triangleq x_\beta[N_\beta - 1 - n]$ ou

$$h_\beta[n] = x_c((N_\beta - 1 - n)T_s),$$

e, sendo $w_\beta[n] = h_\beta[n] * y[n]$, a função $A_{yx}(t, \beta)$ pode ser avaliada por

$$A_{yx}(nT_s, \beta) = T_s \sqrt{\beta} w_\beta[n + (N_\beta - 1)].$$

Uma maneira eficiente de discretizar β é assumir $\beta_k = \alpha^k$, com $k \in \mathbb{Z}$, $-K \leq k \leq K$. Nesse caso, β_k contém $2K + 1$ níveis distintos que podem ser utilizados para estimar a velocidade. A Figura 4 mostra como seria a implementação desse sistema com apenas um CCD.

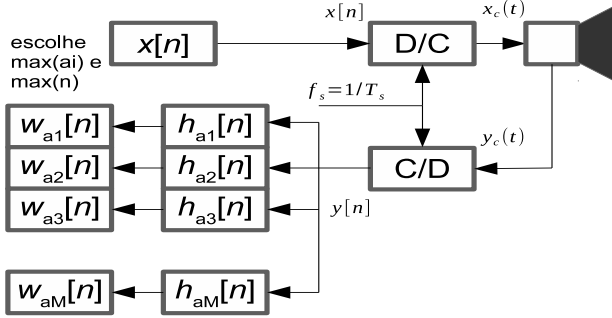


Fig. 4. Diagrama de um sistema de radar com múltiplos filtros casados h_{a_k} para estimar a ambiguidade: apenas um CCD é necessário.

A próxima seção mostra como essas técnicas podem ser utilizadas num projeto de um sistema de sonar/radar com processamento digital de sinais na detecção de alvos e apresenta resultados de simulação.

IV. PROJETO E SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA SONAR/RADAR

Considerando a discretização $\beta = \alpha^k$, a velocidade máxima medível, v_{\max} , por (3), tem-se uma fórmula para α dada por

$$\alpha = \left(\frac{1 + v_{\max}/c}{1 - v_{\max}/c} \right)^{\frac{1}{K}}, \quad (19)$$

considerando $1 + 2K$ níveis de velocidade. Entretanto, o sinal $x_c(t)$ deve ter banda limitada para satisfazer as condições do Teorema 1 ou 2. Nesse caso, $X_c(j\Omega/\alpha^K) = 0$ para $|\Omega| > \pi/T_s$ o que significa que a frequência de Nyquist de $x_c(t)$, Ω_N , deve satisfazer

$$\Omega_N < \frac{\pi}{T_s \alpha^K}, \quad (20)$$

considerando α dado por (19). Com isso, é possível determinar α e Ω_N , considerando K e v_{\max} . A banda em tempo discreto deve ser limitada em $\Omega_N T_s$, o que pode ser garantido utilizando-se um filtro digital.

A. Projeto de sonar digital na faixa de áudio

Considerando a faixa de áudio, caixas de sons e microfones, de maneira geral, apresentam perdas significativas para frequências menores que 100 Hz, como critério de projeto, deseja-se que o sinal $x_c(t)$ possua frequências acima de 1 kHz para evitar essa região. Além disso, deseja-se $K = 6$, isto é, 13 níveis de velocidade, e que $v_{\max} = 30$ m/s. Considerando a velocidade do som $c = 340,29$ m/s, utilizando (19), tem-se $\alpha \approx 1,03$. Na faixa de áudio, utiliza-se como taxa de amostragem $f_s = 1/T_s = 48$ kHz. Utilizando esses valores em (20), $f_N = \Omega_N/2\pi \leq 20$ kHz. Um sinal analítico banda larga que satisfaz a tais condições é dado por

$$x_c(t) = p_w(t) \frac{\text{sen}[\Omega_f(t - t_w/2)] - \text{sen}[\Omega_0(t - t_w/2)]}{(\Omega_f - \Omega_0)(t - t_w/2)},$$

em que $p_w(t) = u(t) - u(t - t_w)$ e $u(t)$ é o degrau unitário de Heaviside [9]. Esse sinal é a resposta ao impulso de um filtro passa banda, com frequência de passagem e corte Ω_0 e Ω_f , respectivamente, com amplitude normalizada e multiplicada por uma janela retangular com duração t_w . No projeto, são adotados os valores $\Omega_0 = \pi \times 3,4 \times 10^3$ rad/s, $\Omega_f = \pi \times 30 \times 10^3$ rad/s e $t_w = 5$ ms. A Figura 5 mostra o sinal projetado $x_c(t)$ bem como sua transformada de Fourier. Nesse caso, pode-se obter $x_{\alpha^k}[n] = x_c(nT_s \alpha^k)$ de forma analítica para computar a função $A_{yx}(nT_s, \alpha^k)$ utilizando a estrutura da Figura 4.

B. Simulação de um sonar digital

Para simulação, considerando uma bola se movendo com velocidade escalar $v = 10$ m/s em direção ao radar, como na Figura 1, a uma distância $d = 4$ m (distância em que a onda reflete na bola), pode-se simular $y_c(t)$ utilizando a relação

$$y_c(t) = \gamma x_c(\beta_v(t - t_d)) + \eta(t),$$

em que $\beta_v \approx 1,06$, $t_d \approx 23,51$ ms e $\eta(t)$ é um ruído aditivo com potência média $100 \mu\text{W}$, que é equivalente a uma relação sinal-ruído (SNR) de aproximadamente -2 dB. Na Figura 6 está o sinal recebido, $y_c(t)$, na simulação, e o resultado do processamento de $A_{yx}(nT_s, \alpha^k)$. Sejam n_p e k_p os argumentos do máximo valor de $|A_{yx}(nT_s, \alpha^k)|^2$. Então obtém-se as estimativas

$$d_n = \frac{n_p T_s c}{2}$$

e

$$v_k = c \frac{\alpha^{k_p} - 1}{\alpha^{k_p} + 1}.$$

A função

$$f_{yx}(d, v) \triangleq |A_{yx}(2d/c, (c + v)/(c - v))|^2$$

possui valor máximo na distância d_n e na velocidade v_k , e é mostrada na Figura 6. Fazendo uma simulação Monte Carlo, verificou-se que o desvio padrão do erro na posição, Δd , praticamente anula-se quando $\text{SNR} > -15$ dB, e o desvio padrão da velocidade, Δv , considerando como o valor correto aquele mais próximo de um dos níveis de velocidade, praticamente anula-se quando $\text{SNR} > 0$ dB.

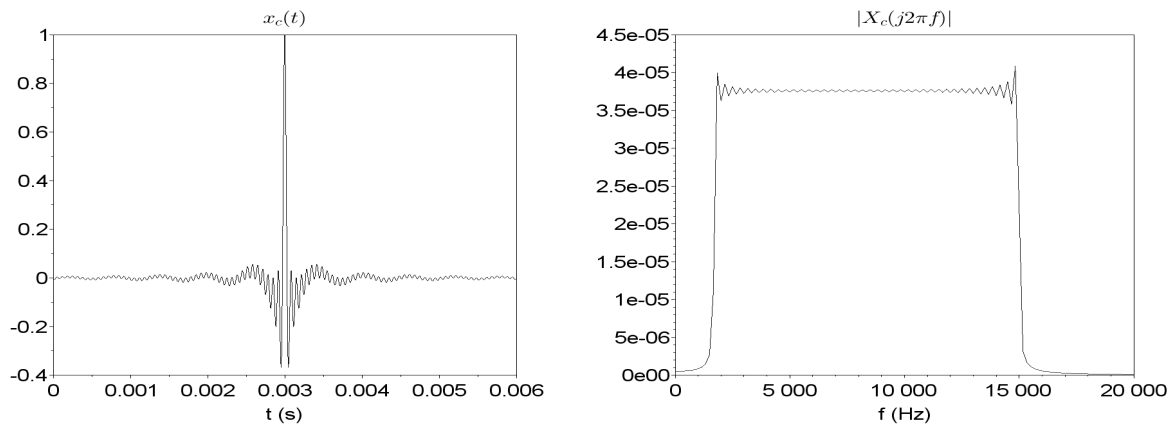


Fig. 5. Sinal transmitido no sonar, $x_c(t)$, e sua respectiva transformada de Fourier (TF), respectivamente.

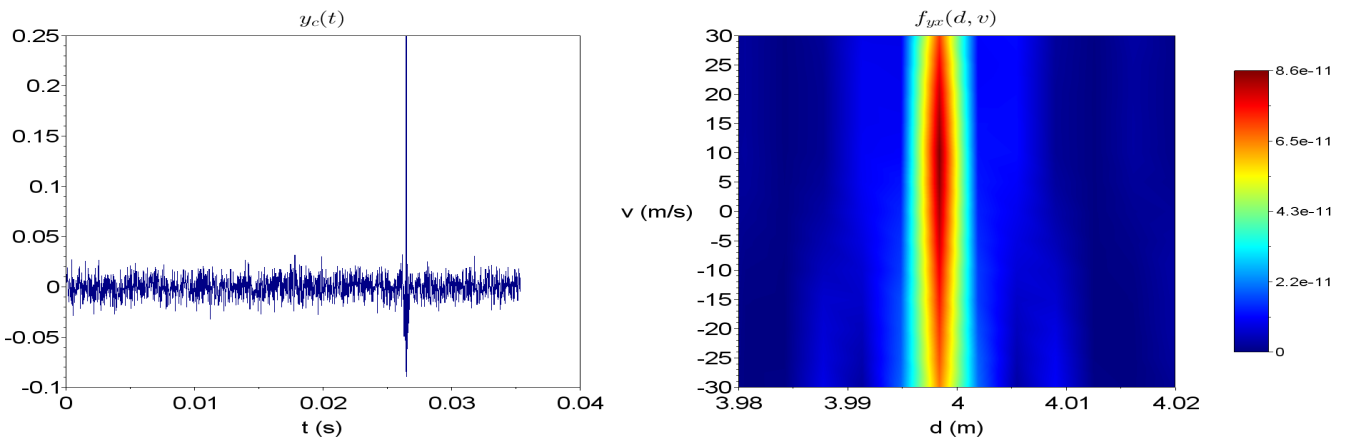


Fig. 6. O sinal recebido $y_c(t)$ e a função $f_{yx}(d, v)$. A barra mostra a escala de intensidades na função de ambiguidade normalizada.

V. CONCLUSÕES

O problema de projetar um sistema de sonar/radar utilizando técnicas de processamento digital de sinais foi abordado. A partir do teorema da amostragem, foram apresentados dois teoremas que relacionam computações em tempo discreto com a função ambiguidade. Com isso, foi possível introduzir duas novas metodologias para a computação dessa função; uma delas necessita de uma forma analítica para o sinal do projeto. Considerando um estudo de caso, foi apresentado o projeto de um sonar utilizando um sinal analítico que satisfaz as condições dos teoremas introduzidos. Resultados de simulação Monte Carlo corroboram que a técnica é adequada para estimar a velocidade e a posição de um objeto, a partir dos argumentos do máximo valor do quadrado da função ambiguidade. Técnicas mais eficientes para radar estão sendo estudadas considerando formas de ondas diferentes para o sinal $x_c(t)$.

REFERÊNCIAS

- [1] M. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*, 2nd ed., ser. Professional Engineering, McGraw-Hill, 2014.
- [2] P. Howland, "Passive radar systems." *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*. 152.3, 105–106, 2005. doi:10.1049/ip-rsn:20059064
- [3] W. C. Knight, R. G. Pridham, and S. M. Kay. "Digital signal processing for sonar." *Proceedings of the IEEE*. 69.11, 1451–1506, 1981. doi:10.1109/PROC.1981.12186
- [4] X. Lurton, *An Introduction to Underwater Acoustics: Principles and Applications*, 2nd ed. Springer-Verlag, 2010.
- [5] L. H. Sibul and L. J. Ziomek, "Generalized wideband crossambiguity function." in *Acoustics, Speech, and Signal Processing ICASSP'81*. Vol. 6, 1981. doi:10.1109/ICASSP.1981.1171180
- [6] L. H. Sibul and E. L. Titlebaum, "Volume properties for the wideband ambiguity function." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. vol.AES-17, 83–87, 1981. doi:10.1109/TAES.1981.309039
- [7] L. G. Weiss, "Wavelets and wideband correlation processing." *IEEE Signal Processing Magazine*. vol.11, no.1, 13–32, Jan 1994. doi:10.1109/79.252866
- [8] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*, 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2009.
- [9] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, *Sinais e Sistemas*, 2nd ed., Pearson Prentice Hall, 2010.